Elementare Integrale

1 Grundintegrale

Für die elementaren Funktionen $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}; y=f(x)$ seien nachfolgend die zugehörigen Integrale (als Umkehrungen der elementaren Ableitungen) – jedoch ohne die Integrationskonstanten C – angegeben:

Funktion f	**Integralfunktion F**
$y=ax^n\ ;\ a;n=const$	$\int y\,dx=\begin{cases}\frac{a}{n+1}x^{n+1} & \text{für } n\neq -1\\ a\ln\lvert x\rvert & \text{für } n=-1\end{cases}$
$y=\frac{f'(x)}{f(x)}$	$\int y\,dx=\ln\lvert f(x)\rvert$
$y=a\exp(bx+c)$	$\int y\,dx=\frac{a}{b}\exp(bx+c)$
$y=\ln(x)$	$\int y\,dx=x(\ln(x)-1)$
$y=\cos(x)$	$\int y\,dx=\sin(x)$
$y=\sin(x)$	$\int y\,dx=-\cos(x)$
$y=\begin{cases}\frac{1}{\cos^2(x)}\\ 1+\tan^2(x)\end{cases}$	$\int y\,dx=\tan(x)$
$y=\frac{1}{+\sqrt{1-x^2}}$	$\int y\,dx=\operatorname{asn}(x)$
$y=\frac{1}{-\sqrt{1-x^2}}$	$\int y\,dx=\operatorname{acs}(x)$
$y=\frac{1}{1+x^2}$	$\int y\,dx=\operatorname{atn}(x)$
$y=\cosh(x)$	$\int y\,dx=\sinh(x)$
$y=\sinh(x)$	$\int y\,dx=\cosh(x)$
$y=\begin{cases}\frac{1}{\cosh^2(x)}\\ 1-\tanh^2(x)\end{cases}$	$\int y\,dx=\tanh(x)$
$y=\frac{1}{+\sqrt{1+x^2}}$	$\int y\,dx=\operatorname{arsinh}(x)$
$y=\frac{1}{\pm\sqrt{x^2-1}}$	$\int y\,dx=\operatorname{arcosh}(x)$
$y=\frac{1}{1-x^2}$	$\int y\,dx=\operatorname{artanh}(x)$

Beachte: asn(); acs(); atn() sind Kurzschreibweisen für arc sin; arc cos; arc tan

2 Integrationsregeln

Die elementaren Integrationsregeln – als Grundlage der, in den folgenden Kapiteln angegebenen Integrationstechniken – seien hier nur kurz und ohne Herleitung angegeben:

	Kurzform:
$\int af(x)\,dx = a\int f(x)\,dx$	
$\int (u(x)+v(x))\,dx = \int u(x)\,dx + \int v(x)\,dx$	$\int (u+v) = \int u + \int v$
$\int u'(x)\,v(x)\,dx = u(x)\,v(x) - \int v'(x)\,u(x)\,dx$	$\int u'\,v = uv - \int v'\,u$

$$\int f(\varphi(x))\,dx = \int f(z)\,\frac{1}{\varphi'(x)}\,dz$$

$$\int f(\varphi(x))\,dx = \int f(z)\left(\overset{-1}{\varphi}(z)\right)'\,dz \qquad \text{für } z = \varphi(x)$$